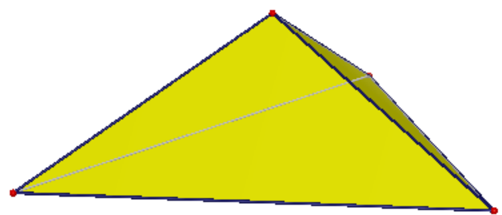
¿Tiene un tetraedro una recta de Euler?



Iberocabrí

Lima, Perú

7 de agosto de 2012

Troy Jones

Westlake High School, Saratoga Springs, Utah

tjones@alpine.k12.ut.us


in
eserts
ys.
al
sugar
st of
main

Modern Pure Solid Geometry

por Nathan Altshiller-Court

The Macmillan Company 1935

<u>Construcciones geométricas en el espacio:</u>

Cuando hablamos de construcciones geométricas en el espacio, asumimos que somos capaces de:

(a)construir un plano dados tres de sus puntos no alineados

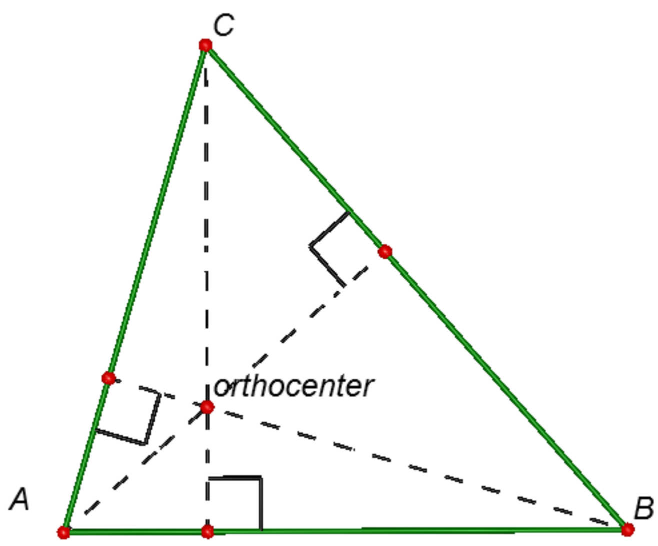
(b)construir la recta de intersección de dos planos

(c)construir el punto de intersección de una recta y un plano

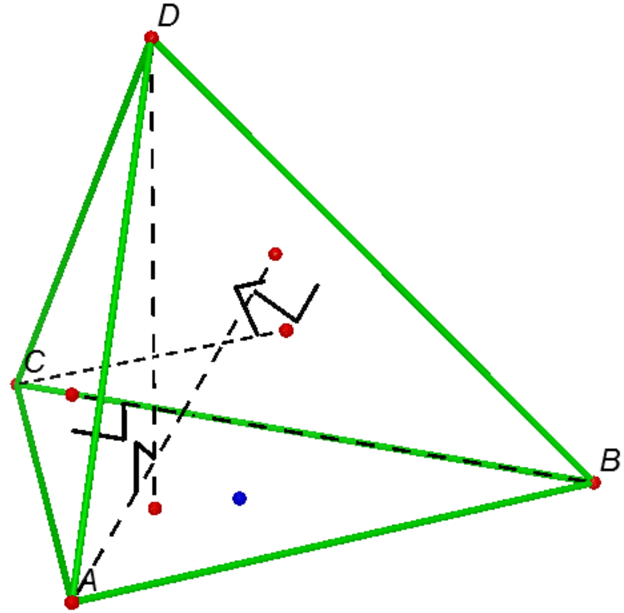
(d)Llevar a cabo todas las construcciones de planos en cualquier plano.

«Estas construcciones son puramente teóricas, pues no tenemos métodos prácticos para llevarlas a cabo»

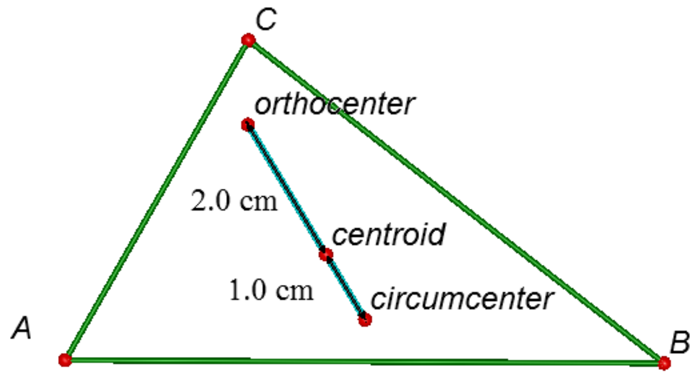
En un triángulo, los segmentos a través de un vértice y perpendiculares a los lados opuestos, se llaman *alturas*. Las tres *alturas* de un triángulo concurren en *el ortocentro*. Los tres vértices y *el ortocentro* forman un conjunto *ortocéntrico* de puntos.



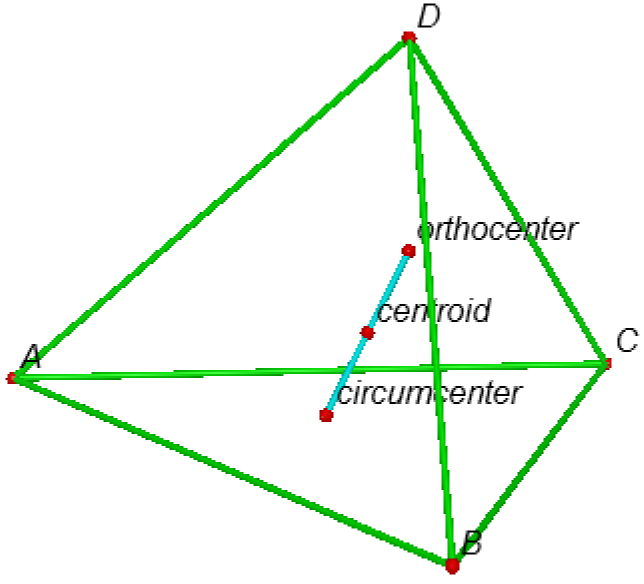
En general, *las alturas* de un tetraedro no concurren.



En un triángulo, *el baricentro*, *el circuncentro*, y *el ortocentro* son colineares. Esta recta se llama la *recta de Euler*. El *baricentro* divide *el segmento de Euler* en una proporción de 1:2.

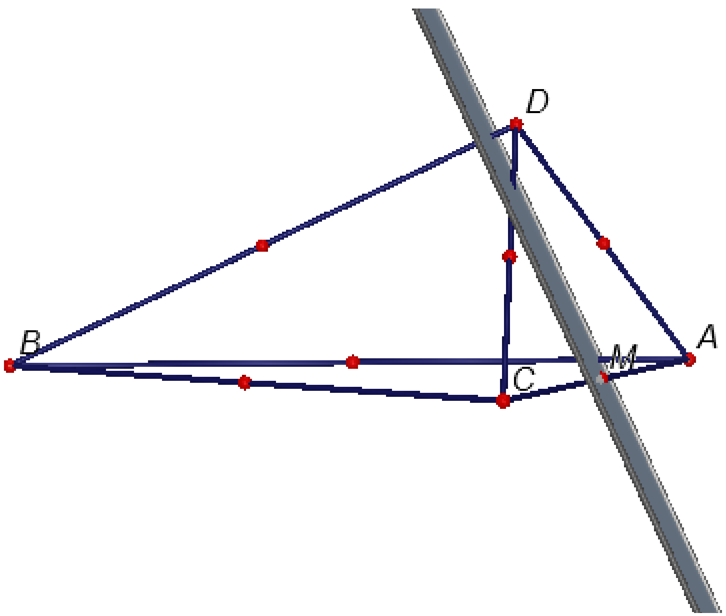


En un tetraedro *ortocéntrico*, *el baricentro*, *el circuncentro* y *el ortocentro* son colineares, y esta recta puede ser llamada, por analogía con el plano, *la recta Euler de un tetraedro*. *El baricentro* es *el punto medio* del *segmento de Euler*.

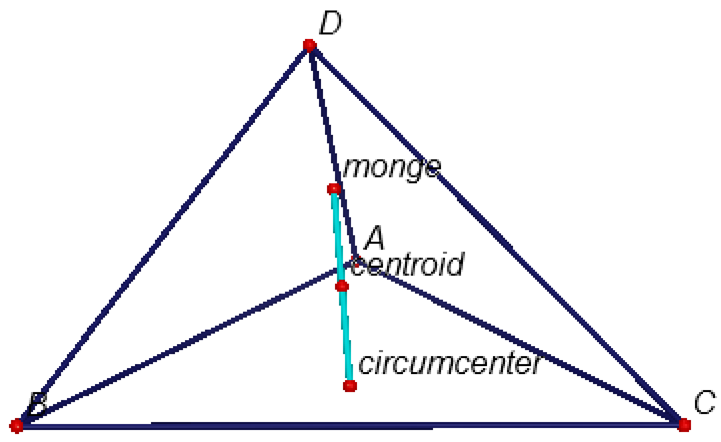


Si el tetraedro *no es ortocéntrico*, *el ortocentro* no existe. Pero existe un punto en *el segmento de Euler* de un tetraedro con propiedades similares al *ortocentro*.

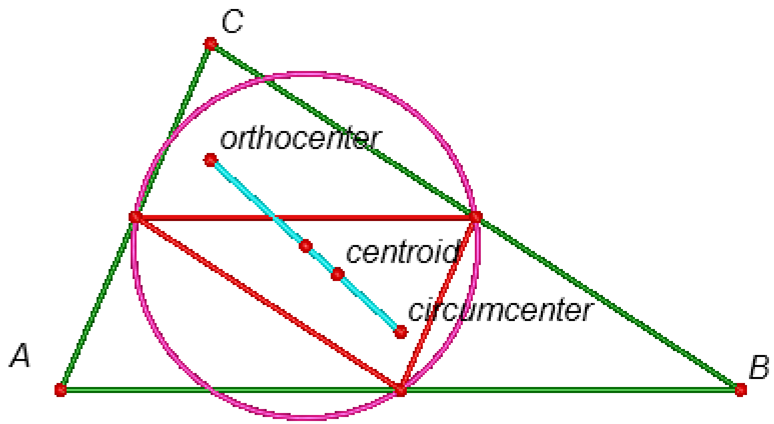
Construya el plano a través del *punto medio* de una *arista* y perpendicular a *la arista opuesta*.



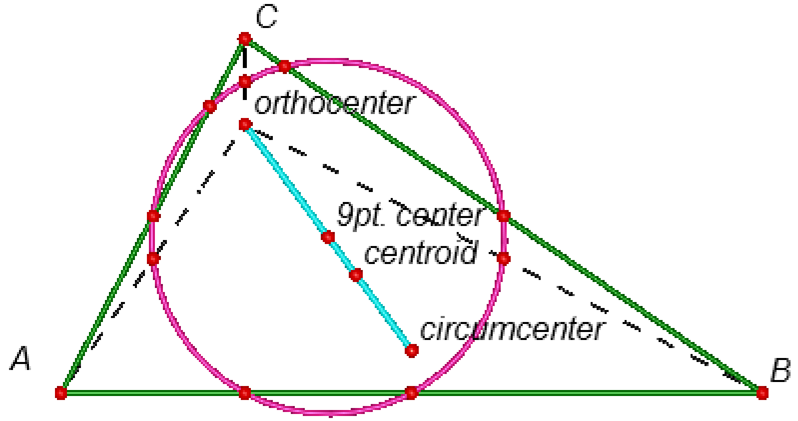
Los seis planos a través de los *puntos medios* de cada *arista* y *perpendiculares* a *las aristas opuestas* correspondientes concurren en *el punto de Monge*. *El punto de Monge* es el *simétrico* del *circumcentro* con respecto al *baricentro*. En un *tetraedro ortocentrico, el punto de Monge* y *el ortocentro* coinciden.



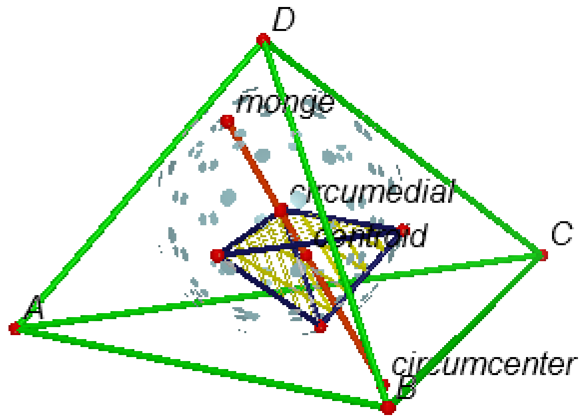
El triángulo formado al conectar *los puntos medios* de los lados del triángulo se llama *triángulo medial*. *El circuncentro* del *triángulo medial* es *el punto medio* del *segmento de Euler*.



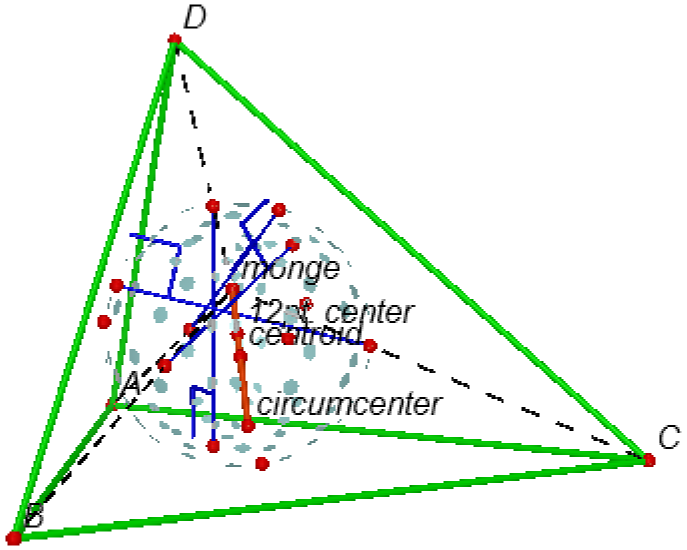
El *circuncírculo* de un *triángulo medial* se conoce comunmente como *el círculo de nueve puntos*. Contiene los 3 *puntos medios* de los lados, los 3 *pies* de *las alturas* y los 3 *puntos medios* de los segmentos que connectan el *ortocentro* con cada vértice.



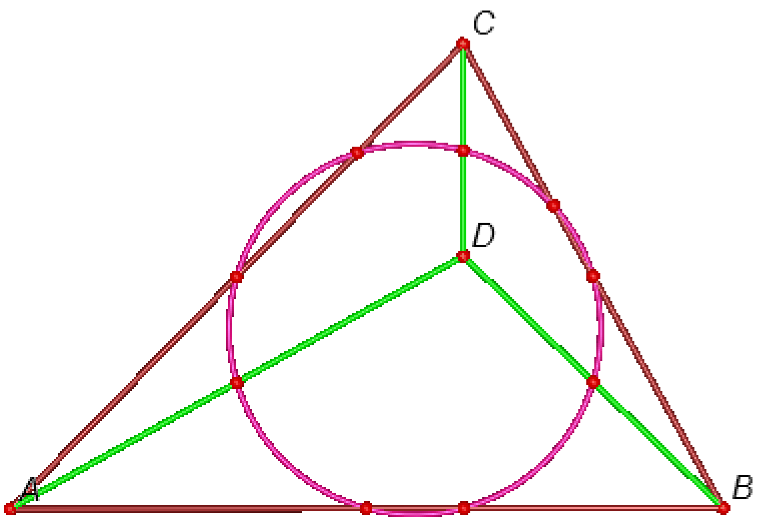
El tetraedro formado al conectar los *baricentros* de *las caras* de un tetraedro se llama *el tetraedro medial*. *El circuncentro* de *la circuesfera* del *tetraedro medial* está en *el segmento de Euler*, y divide al *segmento de Euler* en una proporción de 1:2.



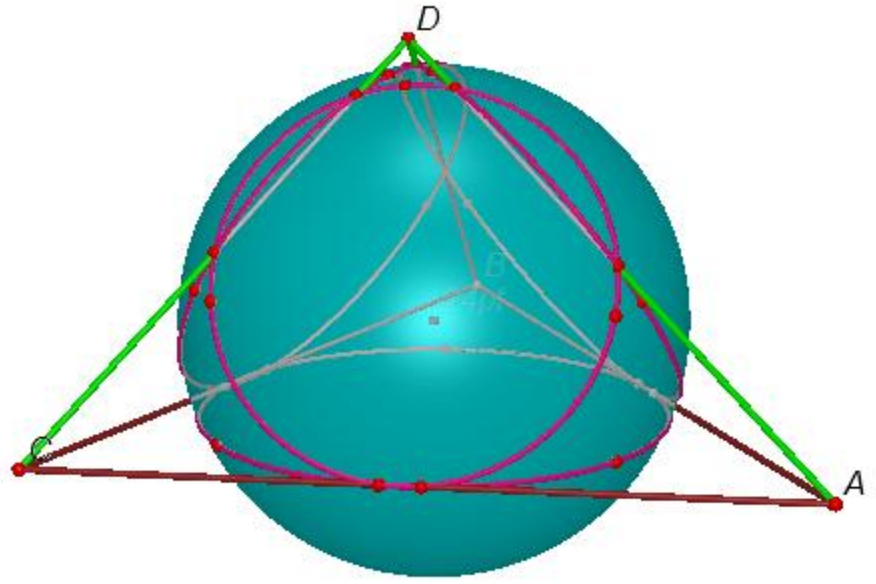
La *circuesfera* del *tetraedro medial* se llama *la esfera de 12 puntos*. Contiene los 4 *baricentros* de *las caras*, los 4 puntos que son un tercio (1/3) desde *el punto de Monge* a cada *vértice*, y los 4 *pies* de la recta perpendicular de cada tercio (1/3) punto a *la cara opuesta*.



Cada *cara* del tetraedro tiene un *círculo de nueve puntos*. No contando dos veces los puntos en cada *círculo de 9 puntos* que *las caras* adyacentes comparten, hay un total de 24 puntos especiales en el tetraedro. Sorprendentemente, en un *tetraedro ortocéntrico*, ¡estos 24 puntos son *coesféricos*!

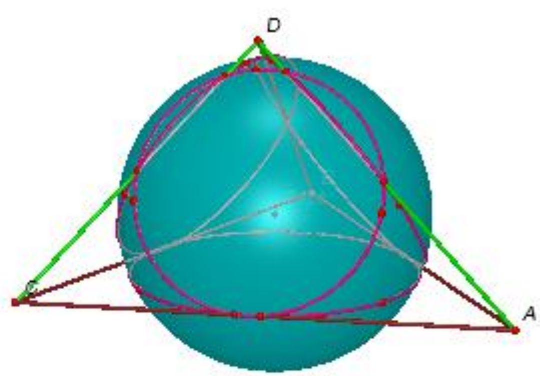


¡*El centro* de *la esfera de 24 puntos* yace en *el segmento de Euler*, y coincide con *el baricentro* del tetraedro!



«El verdadero viaje de descubrimiento no está en encontrar nuevas tierras, sino en ver con nuevos ojos.»

Marcel Proust, novelista/filósofo francés 1871-1922



Referencias

- Altshiller-Court, Nathan. *Modern Pure Solid Geometry*. The Macmillan Company, 1935.
- West, Stephen. *Discovering Theorems Using Cabri 3-D*. A summary by Ilene Hamilton of a dinner talk given to the Metropolitan Mathematics Club of Chicago, October 3rd, 2008 in *Points & Angles*, Newsletter of the Metropolitan Mathematics Club of Chicago, Volume XLIII No. 3, November 2008.
- Tetrahedron. http://en.wikipedia.org/wiki/Tetrahedron